

考える算数 ～校長室からの挑戦状～

令和2年5月18日～24日の問題

<解答にあたって>

解答用紙に考え方や式などを書いてくださいね。

頭と手を使って考えましょう。

校長室からの挑戦状 NO.7

※回答は式や言葉を使って、ていねいに書いてください。

【問題】

高一君はお母さんと一緒に近くのスーパーに行き、魚を買いました。今日は親戚の方と「オンライン・パーティー」を行うとのことです。予算は4千円以内としました。イワシは一匹78円、サンマは104円、サバは130円、カレーは170円でした。魚はそれぞれ少なくとも一匹は買うこととし、4千円を支払い、おつり400円を受け取りました。さて、高一君の家ではカレーを何匹買ったのでしょうか。

ワンポイントヒント： 各々の魚の値段を比較すると、他の魚と違うものが一種類あるよ。

上の問題を簡単なヒント問題で考えながら、解いてみよう。

次の数字の中で一つだけ性格の違うものはどれだかわかるかな？

「19」, 「58」, 「76」, 「95」

(1) 19で割ると、「余り」は各々どうなるかな。比較してみよう。

(2) この4つの数字の合計はいくらかな。

(3) (2)の合計を19で割ると「余り」はいくつかな。この「余り」はどこから来たのかな？

(4) 最後に、上の高一君の問題を解いてください。

解答例

(1)

$$19 \div 19 = 1$$

$$58 \div 19 = 4 \cdots \text{あまり} 1$$

$$76 \div 19 = 4$$

$$95 \div 19 = 5$$

よって、58以外は19で割り切れる。

58だけは割り切れず、あまり1となる。

(2)

これら4つの数字の合計は、

$$19 + 58 + 76 + 95 = 248$$

(3)

$$248 \div 19 = 13 \text{あまり} 1$$

このあまり1は、58のあまり1である。

(4)

78, 104, 130, 170をみると、170以外はすべて13の倍数となっており、13で割り切れる。

$$170 \div 13 = 13 \text{あまり} 1 \text{である。}$$

購入したさかなの合計金額は

$$4,000 - 400 = 3,600 \text{円となる。}$$

$3,600 \div 13 = 276 \text{あまり} 12$ となるため、このあまり12は 170×12 から生じたものとわかる。つまり、170円のカレーを12匹を買ったことになる。

答え： カレー12匹

(4)の解答(補足)

各々の魚の値段に着目すると、サバとサンマ、イワシの値段はすべて13で割り切れませんが、アジの値段だけ13で割り切れず、余りが1になります。

$$\text{サバ} \quad 130 \div 13 = 10$$

$$\text{イワシ} \quad 78 \div 13 = 6$$

$$\text{サンマ} \quad 104 \div 13 = 8$$

$$\text{アジ} \quad 170 \div 13 = 13 \text{あまり} 1$$

合計した代金の3,600円を13で割ると、余りは12になります。

$$3600 \div 13 = 276 \text{あまり} 12$$

アジを買わずに、サバとイワシとサンマを買ったとすると、合計代金は13で割り切れるはずですが、合計代金の余りは、アジを買ったから出てきたものだとわかります。

もし、アジを1匹買ったとすれば、合計代金を13割ったときのあまりは1です。アジが2匹ならあまりは2になるはずですが、アジが1匹増えるごとに、あまりも1ずつ増えていくことになります。

あまりが12になるということは、買ったアジは12匹とわかります。

確かめると、割り切れます。

$$(3600 - 170 \times 12) \div 13 = 120$$

買ったアジの数が12の倍数となる可能性があります、24匹になると、合計代金の3,600円を上回ってしまうので、答えは12匹だけとなります。

$$\text{(別解)} \quad 170 \times A + 104 \times B + 130 \times C + 78 \times D = 3,600$$

ここで、170と3,600以外は13の倍数であることから、

$$(13 \times 13 + 1)A + (8B + 10C + 6D) \times 13 = 13 \times 276 + 12$$

$$13 \times 13 \times A + A + (8B + 10C + 6D) \times 13 = 13 \times 276 + 12$$

$$13 \times (13A + 8B + 10C + 6D) + A = 13 \times 276 + 12 \quad ABCD \text{はすべて} 1 \text{以上の整数であれば, } A=12$$

校長室からの挑戦状 NO.8

今回は、基本的には小学生の問題ですが、高校入試(H30年度宮城県前期選抜)でも取り扱われた領域を取り上げてみました。実は小学校で学ぶ算数の問題なんだよ。しっかりと学習しよう。

- 縦3cm, 横4cmの長方形のタイルをすきまなく並べて正方形を作ります。このとき次の問いに答えなさい。
 - 上記の長方形のタイルで最も小さな正方形をつくる時、この問いは整数「3」と「4」の何に係わる問題ですか。漢字5文字で答えなさい。
 - 最も小さな正方形の一辺の長さ、そのときに必要な長方形のタイルの数を求めなさい。
- 次は、「意地悪な大魔王」からの問題だよ。(難問)

上の1. だけでは簡単すぎるね。現実の社会はもっと厳しいんよ。内装や床タイルなどに使う建材タイルの寸法にはたくさんの種類がある。その中でマンションによく使われる45二丁掛けのサイズは $95\text{mm} \times 45\text{mm}^*$ の長方形だ。目地(貼り付け材のつなぎ目)を含めると $100\text{mm} \times 50\text{mm}^*$ なのだが、今回は目地は考慮しないで考えてもらおう。それでは次の問いに答えなさい。(※縦×横の長さを「×」を用いて示すんだよ。)

 - $95\text{mm} \times 45\text{mm}$ の長方形タイルをすきまなく並べて正方形をつくる時、最も小さな正方形では45二丁掛けタイルが何枚必要かな。
 - 最も小さな正方形を1番目と数えて、順により大きな正方形をつくる場合、10番目と11番目の正方形をつくるのに必要な二丁掛けタイル数の差は何枚かな。

解答用紙: 学年 名前

1-(1)

最小公倍数

1-(2)

3と4の最小公倍数は12
よって、正方形一辺の長さは
12 cm である。

$(12 \div 3) \times (12 \div 4) = 4 \times 3 = 12$
必要なタイル数は12枚である。

2-(1)

95と45の最小公倍数は 855 である。
よって、必要なタイル数は
 $(855 \div 95) \times (855 \div 45) = 9 \times 19 = 171$ 枚 である。

2-(2)

※正方形NO=nについて、n=11とn=10の枚数を各々
計算し、その差をとると 3,591 枚となります。

2-(1) より、n番目の正方形に必要なタイル数は
 $9n \times 19n = 171n^2$ とわかる。
n+1番目のタイル数は $171(n+1)^2$
よって、 $171(n+1)^2 - 171n^2 = 3,591$ (n=10のとき)